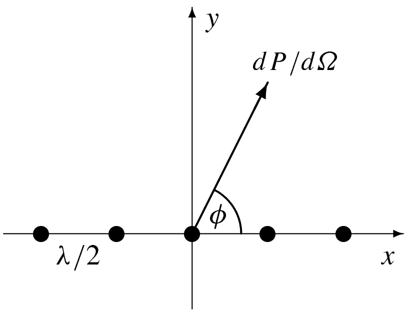
Korrekturen[1] zum *Arbeitsbuch zur Theoretischen Physik*, 4. Auflage

Seite 122: In (8.31) muss die erste Formel $f(x) = -g(-x)$ lauten.

Seite 181: Aufgabe 11.12: Der Absatz in der Mitte von Seite 181 endet mit: …(außer für $X(0) \equiv 0$, was $\Phi \equiv 0$ impliziert und auszuschließen ist). Dies wird ersetzt durch …(außer für $X(x) \equiv 0$, was $\Phi(x, y) \equiv 0$ impliziert und auszuschließen ist).

Seite 266: Aufgabe 14.16: Die Aufgabenstellung wird präzisiert. In der Lösung bleiben alle bisherigen Formeln und Abbildungen unverändert, die Diskussion nach der Gleichung (X) wurde aber überarbeitet und erweitert. Der besseren Lesbarkeit halber geben wir hier die gesamte Aufgabe wieder:

14.16 Antennengitter



Entlang der x-Achse sind $(2N + 1)$ Antennen jeweils im Abstand $a = \lambda/2$ angeordnet. Sie strahlen als in z-Richtung ausgerichtete Dipole phasengleich mit der Frequenz $\omega = 2\pi/\lambda$. Berechnen Sie die abgestrahlte Leistung $dP/d\Omega$ für große Entfernungen $|\boldsymbol{r}| \gg \lambda$ als Funktion der Winkel θ und ϕ.

Teilen Sie nun die Leistung $dP/d\Omega$ der $2N + 1$ phasengleich (also kohärent) abstrahlenden Dipole durch $(2N + 1)(dP/d\Omega)_1$, wobei $(dP/d\Omega)_1$ die Strahlung eines Dipols am Ursprung wiedergibt. In der x-y-Ebene (also für $\theta = \pi/2$) hängt dieses Verhältnis nur vom Winkel ϕ ab. Skizzieren und diskutieren Sie diese Winkelabhängigkeit für $N = 0$, 1 und 2.

Lösung: Die Ortsanteile der Magnetfelder der $(2N + 1)$ Dipole in der Fernzone $r \gg \lambda$ werden superponiert

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{B} &\approx k^2\, \boldsymbol{e}_r \times \boldsymbol{p} \sum_{n=-N}^{N} \frac{\exp(\mathrm{i}\, k|\boldsymbol{r} - n\lambda \boldsymbol{e}_x/2|)}{|\boldsymbol{r} - n\lambda \boldsymbol{e}_x/2|} \approx \boldsymbol{B}_1 \sum_{n=-N}^{N} \exp(-\mathrm{i}\, n\pi \sin\theta\cos\phi) \\
&= \boldsymbol{B}_1 \left[1 + \sum_{n=1}^{N} \big(\exp(\mathrm{i}\,\pi \sin\theta\cos\phi)\big)^n + \sum_{n=1}^{N} \big(\exp(-\mathrm{i}\,\pi\sin\theta\cos\phi)\big)^n \right] \\
&= \boldsymbol{B}_1 \left[\frac{1 - \exp\big(\mathrm{i}\,(N+1)\,\pi \sin\theta\cos\phi\big)}{1 - \exp\big(\mathrm{i}\,\pi\sin\theta\cos\phi\big)} + \frac{1 - \exp\big(-\mathrm{i}\,(N+1)\,\pi\sin\theta\cos\phi\big)}{1 - \exp\big(-\mathrm{i}\,\pi\sin\theta\cos\phi\big)} - 1 \right] \\
&= \boldsymbol{B}_1\, \frac{\cos\big(N\pi \sin\theta\cos\phi\big) - \cos\big((N+1)\,\pi\sin\theta\cos\phi\big)}{1 - \cos\big(\pi\sin\theta\cos\phi\big)}
\end{aligned}
$$

[1] Für wertvolle Hinweise bedanke ich mich bei Marcus Böckmann und Daniel Groll.

$$= \boldsymbol{B}_1 \,\frac{\sin\big[(2N+1)\,(\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big]}{\sin\big[\,(\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big]}$$

Dabei ist $\boldsymbol{B}_1 = k^2\,\boldsymbol{e}_r \times \boldsymbol{p}\,\exp(\mathrm{i}\,kr)/r$ das Magnetfeld eines einzelnen Dipols. Die beiden geometrischen Reihen wurden aufsummiert und zusammengefasst. Mit dem elektrischen Feld $\boldsymbol{E} = (\mathrm{i}/k)\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{B} \approx -k^2\,\boldsymbol{e}_r \times \boldsymbol{B}$ wird die abgestrahlte Leistung der $(2N+1)$ ausgerichteten Antennen in der Fernzone zu

$$\frac{dP}{d\Omega} = \left(\frac{dP}{d\Omega}\right)_1 \left[\frac{\sin\big((2N+1)\,(\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big)}{\sin\big((\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big)}\right]^2, \qquad \left(\frac{dP}{d\Omega}\right)_1 = \frac{\omega^4}{8\pi c^3}\,|\boldsymbol{p}|^2\,\sin^2\theta$$

Wir setzen das Ergebnis in Relation zu der Leistung von $2N+1$ unabhängigen Dipolen:

$$\frac{dP/d\Omega}{(2N+1)\big(dP/d\Omega\big)_1} = \frac{\sin^2\big[(2N+1)\,(\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big]}{(2N+1)\,\sin^2\big[\,(\pi/2)\,\sin\theta\cos\phi\big]} \qquad \text{(X)}$$

Für $N \geq 1$ erfolgt die maximale Abstrahlung des Antennengitters in y-Richtung ($\theta = \pi/2$ und $\phi = \pi/2$), während die Abstrahlung in x-Richtung unterdrückt ist. Dabei ist auf der rechten Seite $\phi = \pi/2$ als $\phi = \pi/2 - \epsilon$ mit $\epsilon \to 0$ zu verstehen. Damit liefert die rechte Seite von (X) endliche Werte. Für die y-Richtung lesen wir aus (X) ab:

$$\frac{dP}{d\Omega} = (2N+1)^2 \left(\frac{dP}{d\Omega}\right)_1 \qquad \big(\text{für } \theta = \pi/2 \text{ und } \phi = \pi/2\big)$$

Der Faktor $(2N+1)^2$ steht für die maximal mögliche kohärente Verstärkung. Insgesamt ergeben sich die winkelabhängigen Verstärkungen und Abschwächungen aus der linearen Superposition der elektromagnetischen Felder der einzelnen Dipole.

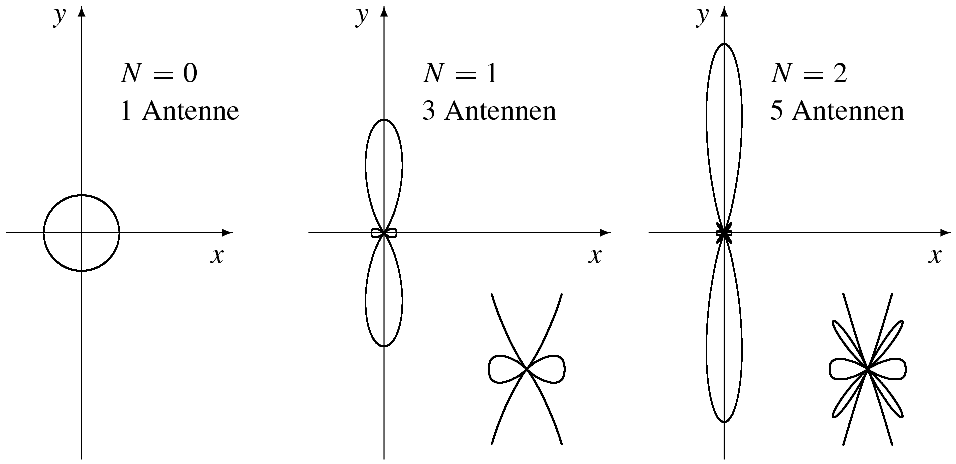
Wir beschränken uns jetzt auf die x-y- Ebene, also auf $\sin\theta = 1$. Dann wird (X) zu

$$\frac{dP/d\Omega}{(2N+1)\,P_1} = \frac{3}{8\pi}\,\frac{\sin^2\big[(2N+1)\,(\pi/2)\,\cos\phi\big]}{(2N+1)\,\sin^2\big[\,(\pi/2)\,\cos\phi\big]} \qquad (\theta = \pi/2) \qquad \text{(Y)}$$

Dabei haben wir $(dP/d\Omega)_1 = (3/8\pi)\,P_1$ für $\sin\theta = 1$ benutzt.

Für große Gitterabstände $a \gg \lambda$ ist die Gesamtleistung P des Antennengitters gleich der von $2N+1$ unabhängigen Dipolen, also $P = (2N+1)\,P_1$. Für den betrachteten Gitterabstand $a = \lambda/2$ ist die Leistung von vergleichbarer Größe. Die linke Seite von (Y) ist also näherungsweise gleich $(dP/d\Omega)/P$. In diesem Sinn beschreibt (Y) die Winkelcharakteristik (und damit die Richtwirkung) der verschiedenen Antennengitter unabhängig von ihrer Leistung.

Für einen Vergleich der Antennengitter skizzieren wir die ϕ-Abhängigkeit von (Y) für $N = 0$, 1 und 2:



Diese Skizze gibt die Winkelabhängigkeit (Y) der Strahlung des Antennengitters in der x-y-Ebene für eine, drei und fünf Antennen wieder. Der Faktor (Y) ist der Abstand zwischen dem Ursprung und dem Punkt auf der Kurve, auf den man in der betrachteten Richtung trifft. Im rechten unteren Teil sind jeweils die Kurven im Bereich des Zentrums um den Faktor $(2N+1)$ vergrößert wiedergegeben. — Je mehr Einzeldipole das Gitter hat, umso stärker ist die Richtwirkung senkrecht zum Gitter und zur Dipolrichtung.

Seite 567: Aufgabe 21.16: Die zweite Gleichung wird korrigiert zu:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV \overset{(dT=0)}{=} \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV = \frac{\nu R}{V}\, dV$$

Seite 635: Der Text von Aufgabe 29.22 wird präzisiert:

Die Ruhpositionen der Massen einer linearen Kette sind $x_n = na$. Für die Auslenkungen $q_n(t) = q(x_n, t)$ gilt die Bewegungsgleichung $m\,\ddot{q}_n = f\,(q_{n+1} + q_{n-1} - 2q_n)$. Es werden $N+1$ Massen betrachtet (mit $N \gg 1$). Konkret sind das entweder die Massen bei $x = 0, x = a, x = 2a, \ldots, x = Na = L$ für eine endliche Kette, oder $N+1$ benachbarte Massen einer unendlichen Kette, also in beiden Fällen ein Intervall der Länge $L = Na$. Geben Sie die möglichen diskreten k-Werte der Lösung an für

- Periodische Randbedingungen $q(x+L, t) = q(x, t)$
- Physikalische Randbedingungen $q(0, t) = q(L, t) = 0$

Begründen Sie, dass es für die statistische Abzählung von Zuständen keine Rolle spielt, welche dieser Randbedingungen verwendet werden.

In der Lösung muss dann in der vorletzten Formel das $(N+1)$ im Nenner durch N ersetzt werden.